

Una propiedad fundamental del logaritmo

La definición del logaritmo como área acumulada permite descubrir propiedades sorprendentes.

Una de las más importantes es que el logaritmo transforma productos en sumas

Definimos

$$A(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$

Una consecuencia notable de esta definición es que el logaritmo transforma productos en sumas:

$$\ln\{xy\} = \ln\{x\} + \ln\{y\}$$

El siguiente applet permite explorar visualmente esta propiedad mediante áreas acumuladas.

<https://www.geogebra.org/classic/xjneab7?embed>

Actividad:

- ¿Qué ocurre con $A(x) + A(y)$ al mover los deslizadores?
- ¿Cómo se compara con $A(xy)$?
- ¿Por qué esta propiedad puede simplificar cálculos con productos?
- ¿Qué relación observas entre multiplicar números y sumar logaritmos?

Esta propiedad convirtió a los logaritmos en una herramienta fundamental para realizar cálculos mucho antes de la existencia de las calculadoras electrónicas.

Además nos permite deducir otras relaciones útiles:

$$\ln\left\{\frac{x}{y}\right\} = \ln\{x\} - \ln\{y\}$$

$$\ln\{x^n\} = n \ln\{x\}$$

Estas propiedades muestran cómo el logaritmo transforma productos, cocientes y potencias en operaciones aditivas más sencillas.

Updated 2026-06-02 16:18:00 UTC by Martina Roquero