Longitud de arco

Cuando una función representa una trayectoria o un camino, puede ser útil conocer su longitud.

Por ejemplo, podríamos preguntarnos cuál es la distancia recorrida por un objeto que sigue una trayectoria curva o cuánto mide el borde de una región.

¿Cómo podemos calcular la longitud de una curva?

Podemos aproximar una curva mediante pequeños segmentos rectos.

Si dos puntos consecutivos de la curva tienen coordenadas

$$
(x,f(x))
$$

y

$$
(x+dx,f(x)+df),
$$

la longitud de ese pequeño segmento se obtiene usando el teorema de Pitágoras:

$$
ds=\sqrt{dx^2+df^2}.
$$

Factorizando dx, obtenemos

$$
ds=\sqrt{1+\left(\frac{df}{dx}\right)^2}\,dx.
$$

Al acumular todos estos pequeños segmentos a lo largo del intervalo $[a,b]$, obtenemos la longitud total:

La derivada mide qué tan inclinada es la curva en cada punto.

Cuando la pendiente aumenta, la longitud de cada pequeño segmento también aumenta.

La fórmula de longitud de arco acumula estas pequeñas distancias para obtener la longitud total de la trayectoria.

https://www.geogebra.org/classic/v2xxvp8k?embed

Actividad:

- ¿Qué ocurre con la aproximación cuando aumenta el número de segmentos?
- ¿Por qué una curva puede aproximarse mediante segmentos rectos?
- ¿Qué papel desempeña la pendiente de la función en la longitud total?
- ¿Por qué la fórmula contiene la expresión $\sqrt{1+[f'(x)]^2}$?

La longitud de arco puede interpretarse como la acumulación de pequeñas distancias a lo largo de una trayectoria.

Esta aplicación muestra cómo la integral permite medir no solo áreas y volúmenes, sino también la longitud de objetos curvos.

Revision #2
Created 2026-06-09 18:40:24 UTC by Martina Roquero
Updated 2026-06-09 18:56:58 UTC by Martina Roquero