

Límites al infinito

Hasta ahora hemos estudiado lo que ocurre cuando x se acerca a un número específico. Pero también podemos preguntarnos: ¿qué pasa cuando x crece cada vez más? ¿Cómo se comporta una función cuando la variable se vuelve muy grande?

Esto se describe mediante los **límites al infinito**.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

Esta expresión no significa que x “llegue” al infinito, sino que x crece sin límite. Lo que nos interesa es observar qué ocurre con los valores de la función.

Actividad 1:

Consideremos la función

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

Si hacemos una tabla de valores, obtenemos:

x	$f(x)$
1	1
10	0.1
100	0.01
1000	0.001

Observamos que, conforme x crece sin límite, los valores de la función se acercan cada vez más a 0. En símbolos:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

Los límites al infinito describen el comportamiento de una función cuando la variable crece sin límite.

Observa qué ocurre con la gráfica de $f(x) = 1/x$ cuando x toma valores cada vez más grandes.

<https://www.geogebra.org/classic/bhwwmmbb?embed>

- ¿Qué ocurre con los valores de la función cuando x aumenta cada vez más?
- ¿A qué valor parece acercarse la función?

En algunos casos, una función se aproxima a un número fijo cuando x crece sin límite. Cuando eso ocurre, la recta horizontal

$$[y=L]$$

se llama **asíntota horizontal**.

Es decir, si

$$[\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L]$$

entonces la gráfica de la función se acerca cada vez más a la recta $(y=L)$ cuando avanzamos hacia la derecha.

Actividad 2:

Distintas funciones pueden aproximarse a distintas rectas horizontales.

Explora en el siguiente applet cómo cambia la asíntota horizontal para **3** diferentes funciones:

- $(n=1)$, $f(x) = \frac{1}{x}$
- $(n=2)$, $f(x) = \frac{2x+1}{x}$
- $(n=3)$, $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$

<https://www.geogebra.org/classic/fbtzrwct?embed>

- ¿Qué recta parece describir el comportamiento de la función cuando $f(x)$ crece mucho?
- ¿Cómo se relaciona esa recta con el límite de la función?

Actividad 3

Para entender por qué aparece este comportamiento, analicemos la función algebraicamente.

Consideremos:

$$[f(x) = \frac{2x+1}{x}]$$

Podemos reescribirla como

$$[f(x) = 2 + \frac{1}{x}]$$

Como ya sabemos que $(\frac{1}{x} \rightarrow 0)$ cuando $(x \rightarrow \infty)$, se sigue que

$$[\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x} = 2]$$

Por lo tanto, la recta

$$[y=2]$$

es una asíntota horizontal de la función.

Preguntas para reflexionar

- Si una función se acerca cada vez más a un número, ¿significa que necesariamente lo alcanza?
- ¿Puede una función tener dos asíntotas horizontales distintas?
- ¿Qué cambia cuando analizamos el comportamiento de la función cuando $(x \rightarrow -\infty)$?
- ¿Puede una función acercarse a un valor sin llegar nunca exactamente a él?

En resumen, los límites permiten describir el comportamiento de una función cuando la variable se aproxima a un valor o crece sin límite. En muchos casos, este comportamiento se resume mediante rectas llamadas asíntotas.

Revision #13

Created 2026-03-10 16:18:55 UTC by Martina Roquero

Updated 2026-03-13 17:32:34 UTC by Martina Roquero