

Error en la aproximación

Un polinomio de Taylor no siempre coincide exactamente con la función original.

La diferencia entre ambos se conoce como error de aproximación.

En general, el error:

- disminuye al aumentar el grado del polinomio
- y es menor cerca del punto de expansión (x_0) .

Idea conceptual:

La diferencia entre la función y el polinomio aproximante se conoce como error de aproximación.

$$E_n(x) = f(x) - P_n(x)$$

Observa cómo la diferencia entre la función y el polinomio aproximante cambia al aumentar el grado.

<https://www.geogebra.org/classic/gwjkgk45?embed>

Actividad:

Observa el applet y responde:

- ¿Qué ocurre con la aproximación cuando $(n=1)$?
- ¿Cómo cambia el error al aumentar el grado a $(n=5)$?
- ¿En qué regiones la aproximación parece ser mejor?
- ¿Qué ocurre al alejarnos de $(x=0)$?
- ¿El error desaparece completamente?

Estimación del error:

El applet muestra que la aproximación mejora cerca de (x_0) y al aumentar el grado del polinomio.

Pero surge una pregunta natural:

¿podemos estimar matemáticamente qué tan grande es el error?

El error puede estimarse mediante la fórmula de Lagrange:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-x_0)^{n+1}$$

para algún valor c entre x y x_0 .

Esta expresión muestra que el error depende de varios factores:

- la distancia al punto de expansión
- el grado del polinomio
- y el comportamiento de derivadas de orden superior.

Los polinomios de Taylor permiten aproximar funciones complejas utilizando información local obtenida a partir de derivadas. La fórmula del error ayuda a entender qué tan precisa es esa aproximación.

Revision #7

Created 2026-05-14 16:25:48 UTC by Martina Roquero

Updated 2026-05-14 18:28:48 UTC by Martina Roquero