REGLAS DE DERIVACIÓN

En este capítulo veremos cómo calcular derivadas de forma sistemática.

A partir de las ideas desarrolladas anteriormente, introduciremos reglas que permiten derivar funciones de manera eficiente.

¿Cómo calcular derivadas?

Hasta ahora hemos usado la derivada para entender cómo cambian las funciones.

Pero surge una nueva pregunta:

¿cómo se calculan en la práctica?

Existen reglas que nos permiten derivar funciones de manera directa. Algunas son muy simples, pero incluso las más básicas tienen una idea detrás.

Por ejemplo, en el siguiente video se presenta una forma visual de entender cómo se deriva una potencia:

https://www.youtube.com/embed/S0_qX4VJhMQ?si=CqNrSQmqqp6GwXuv

Esto muestra que las reglas de derivación no son arbitrarias, sino que reflejan cómo cambian las funciones

$$(x^n)'=nx^{n-1}$$

Ejemplos:

1. $(x^2)'=2x$
2. $x^{-1})'=-x^{-2}$
3. $(x^{\frac{1}{2}})'=\frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}}$

A partir de esta idea, podemos construir reglas para derivar funciones más complejas.

A continuación veremos las reglas básicas paso a paso.

Regla de la suma y constante

Las reglas más básicas permiten derivar sumas de funciones y constantes de manera directa.

Regla de la suma:

$$(f+g)'=f'+g'$$

Derivar una suma consiste en derivar cada término por separado.

Regla de la constante:

$$(c)'=0$$

$$(cf)'=cf'$$

Ejemplos:

1. $(x^3+x^2)'=3x^2+2x$
2. $(5x^2)'=5*(2x)=10x$
3. $(7)'=0$

Estas reglas nos permiten derivar expresiones más completas combinando términos.

Regla del producto

Cuando una función es el producto de dos funciones, su cambio depende de cómo cambia cada una de ellas.

Regla:

$$(fg)'=f'g+fg'$$

Para derivar un producto, se deriva una función y se deja la otra igual, y luego se invierten los papeles.

Es importante notar que:

$$(fg)' \neq f'g'$$

Ejemplo:

$$(x^2 x^3)'=(2x)x^3+(x^2)(3x^2)$$

Esta regla nos permite derivar productos de funciones de manera sistemática.

Regla de la cadena

Cuando una función está dentro de otra, su cambio ocurre en dos niveles.

Regla:

$$(f(g(x))'=f'(g(x))*g'(x)$$

Interpretación:

Para derivar una función compuesta:

- se deriva la función exterior
- se evalúa en la función interior
- y se multiplica por la derivada de la interior

Idea intuitiva:

El cambio de la función depende tanto de cómo cambia la función exterior como de cómo cambia la interior.

Ejemplo:

Si $f(x)=(x^2+1)^3$, entonces:

$$\frac{d}{dx}(x^2+1)^3=3(x^2+1)^2(2x)$$

Es importante identificar correctamente qué parte es la función exterior y cuál es la interior.

Esta regla nos permite derivar funciones más complejas construidas a partir de otras más simples.

Para una explicación visual de esta idea, se puede consultar **este video.**

Regla del cociente

Cuando una función es el cociente de dos funciones, su derivada se calcula con la siguiente regla.

Regla:

$$(\frac{f}{g})'=\frac{f'g-fg'}{g^2}$$

Es importante cuidar el orden de los términos en el numerador.

Esta regla permite derivar cocientes de funciones de manera sistemática.

Ejemplo:

$$\frac{x^2}{x+1}=\frac{2x(x+1)-x^2(1)}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$$

Nota: Esta regla puede obtenerse al escribir:

$$(\frac{f}{g})'=f*g^{-1}$$

y aplicar las reglas del producto y la cadena.