

Vector de Medias y Matriz de Covarianzas

Para un vector aleatorio $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)^T$: $\mathbb{E}[\mathbf{X}] = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix}$, $\text{Cov}(\mathbf{X}) = \text{Cov}(\mathbf{X}) = \mathbb{E}[(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T]$ es simétrica y semidefinida positiva.

Visualización de matriz de covarianzas 2D

Varianza de X_1 (σ_1^2): 1.0 Varianza de X_2 (σ_2^2):
 1.0 Covarianza σ_{12} : 0.5

Propiedades:

- $\mathbb{E}[\mathbf{X}] = \boldsymbol{\mu}$
- $\text{Cov}(\mathbf{X}) = \text{Cov}(\mathbf{X}) = \mathbb{E}[(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T]$
- $\text{tr}(\text{Cov}(\mathbf{X})) = \sum_i \sigma_i^2 = \sum_i \lambda_i$

La **variación total** es la suma de las varianzas, igual a la suma de los valores propios.

¿Qué significa que la matriz de covarianzas sea diagonal?

Si $\text{Cov}(\mathbf{X})$ es diagonal, todas las covarianzas son cero: las variables están **no correlacionadas**. Pero cuidado: ¡no correlacionadas no implica independencia!

Ejercicio

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2)^T$ con matriz de covarianzas $\text{Cov}(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Use la fórmula $\text{Cov}(\mathbf{X}) = \mathbb{E}[(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T]$ con $\boldsymbol{\mu} = (1, 1)$ para calcular $\text{Var}(X_1 + X_2)$, y verifique el resultado con la

fórmula usual de varianza de una suma.

Con $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$: $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ = $(2+1, 1+3) = (3, 4)$, $\Sigma A^T = (3, 4) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 3+4 = 7$.

Verificación con la fórmula usual:

$\text{var}(X_1 + X_2) = \text{var}(X_1) + \text{var}(X_2) + 2\text{cov}(X_1, X_2) = 2 + 3 + 2(1) = 7$. Ambos métodos coinciden, como debe ser: el enfoque matricial generaliza la fórmula escalar a cualquier combinación lineal del vector.

Revision #1

Created 2026-09-11 17:42:37 UTC by Cheque Soto

Updated 2026-09-11 17:42:37 UTC by Cheque Soto