Comparación de Cotas: Markov vs Chebyshev vs Unilateral

> Para una variable positiva con media μ y varianza σ^2, comparamos las tres cotas: $$ \begin{aligned} \text{Markov: } & \mathbb{P}(X \ge a) \le \frac{\mu}{a} \\ \text{Chebyshev: } & \mathbb{P}(|X-\mu| \ge a) \le \frac{\sigma^2}{a^2} \\ \text{Cantelli: } & \mathbb{P}(X-\mu \ge a) \le \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + a^2} \end{aligned} $$

Comparación interactiva

μ (media): 5 5.0 **σ (desviación):** 2 2.0 **a (umbral):** 8 8.0 Comparar cotas

---

Observaciones:

- Markov solo usa la media, es la más débil pero requiere menos información.
- Chebyshev usa media y varianza, pero considera ambas colas.
- Cantelli (unilateral) es la más ajustada para una cola.
- Para variables simétricas, Chebyshev bilateral puede ser mejor para intervalos centrados.

¿Cuál cota usarías para estimar el riesgo de pérdidas financieras?

Para riesgos asimétricos (pérdidas), se usa la **desigualdad de Cantelli (unilateral)** porque solo nos interesa la cola inferior (pérdidas grandes). También existen desigualdades más avanzadas como Chernoff o Hoeffding.

Ejercicio

Sea X una variable positiva con $\mu=10$, $\sigma=3$. Calcule las tres cotas (Markov, Chebyshev, Cantelli) para $\mathbb{P}(X\ge25)$ — es decir, con $a=25$ para Markov y $a=25-10=15$ para Chebyshev/Cantelli — y ordénelas de más débil a más ajustada.

Markov (usa $\mathbb{P}(X\ge a)$ directamente con $a=25$): $$ \mathbb{P}(X\ge25) \le

\frac{\mu}{a} = \frac{10}{25} = 0.4. \] **Chebyshev** (usa \(a=X\)-desplazamiento respecto a la media, \(a=15\)): \[\mathbb{P}(X\ge25) = \mathbb{P}(X-\mu\ge15) \le \mathbb{P}(|X-\mu|\ge15) \le \frac{\sigma^2}{a^2} = \frac{9}{225} = 0.04. \] **Cantelli** (con el mismo \(a=15\)): \[\mathbb{P}(X-\mu\ge15) \le \frac{\sigma^2}{\sigma^2+a^2} = \frac{9}{9+225} = \frac{9}{234} \approx 0.0385. \] Ordenando de más débil a más ajustada: **Markov (0.4) > Chebyshev (0.04) > Cantelli (0.0385)**. Aquí Markov es dramáticamente más débil porque solo usa la media; Chebyshev y Cantelli, al incorporar la varianza, dan cotas mucho más informativas, y Cantelli es ligeramente mejor que Chebyshev por aprovechar que solo nos interesa una cola.

Revision #1
Created 2026-09-11 17:42:36 UTC by Cheque Soto
Updated 2026-09-11 17:42:36 UTC by Cheque Soto