

Distribuciones Uniforme y Exponencial

Uniforme(a,b): $f(x) = \frac{1}{b-a}$, $\mathbb{E}[X] = \frac{a+b}{2}$,
 $\operatorname{var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

Exponencial(λ): $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, $\mathbb{E}[T] = \frac{1}{\lambda}$,
 $\operatorname{var}(T) = \frac{1}{\lambda^2}$

Pérdida de memoria: $\mathbb{P}(T > t+s | T > s) = \mathbb{P}(T > t)$

Simulador y verificador de pérdida de memoria

Distribución:
s: 1.0 t: 1.0

Ejemplo del PDF (autos a exceso de velocidad):

$\lambda = 8.4$ autos/hora = 0.14 autos/min. $\mathbb{P}(T > 10) = e^{-0.14 \cdot 10} = 0.2466$
 $\mathbb{P}(T > 10 | T > 5) = e^{-0.14 \cdot 5} = 0.4965$

Ejercicio

(Barrios y colaboradores, Cuaderno de Ejercicios CP1, sección 15, ej. 5) El tiempo medido en horas para reparar una máquina es una variable aleatoria exponencial de parámetro $(\lambda=1/2)$. ¿Cuál es la probabilidad de que un tiempo de reparación (a) exceda 2 horas, (b) tome a lo sumo 4 horas, (c) tome a lo sumo 4 horas dado que no se ha logrado la reparación en las primeras 2 horas?

Sea $(T \sim \text{Exponencial}(\lambda=1/2))$, con $\mathbb{P}(T > t) = e^{-t/2}$.

a) $\mathbb{P}(T > 2) = e^{-1} \approx 0.36788$

b) $\mathbb{P}(T \leq 4) = 1 - e^{-2} \approx 0.86466$

c) Por la pérdida de memoria, $(T-2 \mid T > 2 \sim \text{Exponencial}(\lambda=1/2))$, así que $\mathbb{P}(T \leq 4 \mid T > 2) = \mathbb{P}(T-2 \leq 2 \mid T > 2) = 1 - e^{-2 \cdot (1/2)} = 1 - e^{-1} \approx 0.63212$. Nótese que esta probabilidad condicional es igual a

$\mathbb{P}(T \leq 2)$: haber esperado ya 2 horas sin éxito no cambia la probabilidad de necesitar 2 horas más.

Revision #3

Created 2026-09-11 00:23:28 UTC by Cheque Soto

Updated 2026-09-11 17:42:35 UTC by Cheque Soto