

Distribuciones Cauchy y Beta

Cauchy(α, β): $f(x) = \frac{1}{\pi \beta [1 + ((x - \alpha) / \beta)^2]}$ — ¡No tiene momentos!

Beta(α_1, α_2): $f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} x^{\alpha_1 - 1} (1 - x)^{\alpha_2 - 1}$,
 $(0 \leq x \leq 1)$

Explorador de Cauchy y Beta

Distribución:

Graficar

Beta Uniforme: Si $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, $\text{Beta}(1, 1) = \text{Uniforme}(0, 1)$
Media Beta: $E[X] = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$

Ejercicio

Sea $(X \sim \text{Beta}(\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 3))$. Calcule $E[X]$ y $\text{var}(X)$.

Usando $E[X] = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$: $E[X] = \frac{2}{2 + 3} = 0.4$. Para la varianza se usa la fórmula $\text{var}(X) = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 (\alpha_1 + \alpha_2 + 1)}$: $\text{var}(X) = \frac{2 \cdot 3}{5^2 \cdot 6} = \frac{6}{150} = 0.04$.
Nótese que a diferencia de la Cauchy, la Beta sí tiene todos sus momentos finitos porque su soporte $[0, 1]$ es acotado.